

Были проведены анализ которого, измеренный в м етсе от 0,064 до 0,075 при 1

**Выводы.** Эксперимент в свободном пространстве 1 параметрического спектрал полученных при изменении лучателя. Установлено, что ОКВ и при приведенной 1 изменение значения КО с и при построении эталонов в рупора эффект изменения несущественен.



пенопласта, КО сти, увеличива- 0 мм. определения КО изменения методов внесенного КО, 1 апертурой из- тве излучателя ам наблюдается но быть учтено лучателя в виде 2 толщины слоя

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Алимчи Б. Ф. Техника измерений коэффициента отражения поглотителей электромагнитных волн // Зарубежная радиоэлектроника.— 1977.— № 2.— С. 88—110.
2. Стронская С. К., Назибин А. Н. Способ измерения коэффициента отражения. А. с. № 647619.— 1979.— БИ № 6.
3. Казанский В. Е., Колмаков Ю. П., Колчигин Н. Н. Моделирование на ЭЦВМ компенсационного метода измерения коэффициента отражения // Радиоэлектроника.— 1978.— Т. 21.— № 6.— С. 125—128. (Изв. высш. учеб. заведений).
4. Кубрак О. Н. Способ измерения комплексного коэффициента отражения материалов в ближней зоне. А. с. № 1569744.— 1990.— БИ № 21.
5. Hua G., Sarkar T. K. Generalized pencil-of-function method for extracting poles of an EM system from its transient response // IEEE Trans. Antennas Propagat.— 1989.— Vol. 37.— No. 2.— P. 229—233.
6. Дробахин О. О., Короткая В. Г. Применение метода Прони для толщинометрии слоистых диэлектриков // Дефектоскопия.— 1987.— № 5.— С. 19—30.
7. Drobakhin O., Borulko V., Andreev M. et al. Using spectral estimation methods for external problems of microwave measurements // CPWM-96 Conference Digest, Braunschweig, Germany.— P. 204—205.
8. Drobakhin O., Borulko V., Karlov V. Milimeter apparatus for transmission line and dielectric material measurements by multifrequency methods // CPWM-96 Conference Digest, Braunschweig.— P. 598—599.
9. Ахметшин А. М., Славин И. В. Определение параметров плоскостных диэлектрических материалов радиоинтерференционным методом переменной частоты // Дефектоскопия.— 1984.— № 1.— С. 84—86.
10. Аплеташин В. Н., Дьяконова О. А., Казанцев Ю. Н. и др. Методы и установки для измерения коэффициентов отражения от плоских образцов на миллиметровых волнах // Измерительная техника.— 1991.— № 7.— С. 40—42.

Днепропетровский госуниверситет,  
г. Днепропетровск.

Поступила в редакцию 09.12.96.

УДК 621.382.3; 621.382.82

ГРИГОРУК А. А., ТИМОФЕЕВ В. И.

### ВЕРИФИКАЦИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ МОДЕЛЕЙ ЭЛЕКТРОННЫХ ЦЕПЕЙ СВЧ НА КЛАССЕ ЖЕСТКО-УСТОЙЧИВЫХ ЧИСЛЕННЫХ МЕТОДОВ

Рассмотрена проблема решения нелинейных систем алгебро-дифференциальных уравнений большой размерности с характерными свойствами жесткости, которые формируются при численно-аналитическом анализе радиоэлектронных схем СВЧ- и КВЧ-диапазонов. Получена группа преобразований над исходным представлением системы, которая позволяет математическую модель, представленную в расширенном однородном координатном базисе, сделать инвариантной для жестко-устойчивых численных методов в неявных схемах Рунге-Кутты.

Эффективное использование нелинейных моделей на этапе схемотехнического проектирования микросистемных устройств СВЧ, как в вычислительном аспекте, так и для получения численных оценок с заданной точностью, возможно при решении разработчиками задач, включающих:

1. Синтез адекватных нелинейных моделей по критериям: а) адаптации модели к классу решаемых нелинейных задач (исследование установившихся периодических режимов в высокочастотных нелинейных СВЧ-устройствах, анализ многочастотных режимов входных каскадов и т. д.) [1]; б) адекватная верификация параметров модели на этапе физико-топологического моделирования [1].
2. Выбор алгоритма формирования математической модели (ММ) по критериям: а) компонентного состава и структуры анализируемого класса нелинейных устройств; б) видов используемых моделей компонентов (в соответствии с п. 1а).
3. Выбор координатного базиса для формирования уравнений ММ по критериям: а) инвариантности метода расчета нелинейных режимов относительно координатного базиса ММ; б) структурной декомпозиции сложных систем.

4. Программная реализация этапа расчета нелинейных режимов микросистемных устройств СВЧ во временной или частотной областях.

Численные эксперименты с моделями микросистемных компонентов, выполненными по субмикронной технологии [1], показывают, что математические модели в виде нелинейных систем алгебро-дифференциальных уравнений (НАДУ) являются сверхжесткими. Характерные свойства сверхжестких систем позволяют выделить соответствующие им модели в отдельный

класс и требуют разработки новых вычислительных схем и алгоритмов формирования их математических моделей. Для исследуемого класса задач нелинейного анализа полупроводниковых субмикронных СВЧ-микросхем характерен также феномен большой размерности их ММ. Например, для получения адекватных моделей GaAs ПТШ (HEMT), ассоциированных с задачами нелинейного анализа многочастотных режимов усилительных СВЧ-каскадов, необходимо учитывать: нелинейности 3-го, 5-го порядков, влияющих на блокировки и интермодуляционные характеристики; паразитные элементы транзисторной субмикронной структуры, существенные на СВЧ.

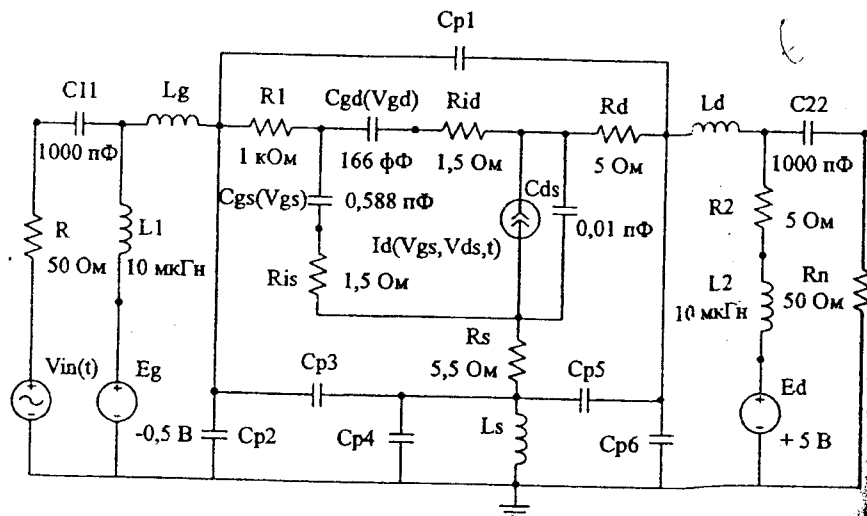


Рис. 1

Модель транзистора, сформированная для данной задачи (рис. 1) будет содержать около 20 переменных. Это автоматически приведет к росту размерности математической модели всей СВЧ-микросхемы в целом и естественно требует декомпозиции. Выделим два типа декомпозиции для данного класса задач. К первому типу отнесем разделение модели субмикронных компонентов на «внутреннюю нелинейную модель» и «внешнюю геометрию». Структурная декомпозиция моделей субмикронных полупроводниковых элементов обладает свойством инвариантности по спектру колебаний. Это свойство определяется тем, что данным типом преобразований над ис-

ходной системой возможно выделить две изолированных группы ко- различными спектральными свойствами (рис. 2):

1. Для «внутренней нелинейной модели»: а) коэффициент жесткости составляет величину  $10^6-10^7$ ; б) мощность жестких компонент составляет 80-90% от общей мощности собственных колебаний; в) спектр собственных колебаний распределен по всей комплексной полуплоскости.

2. Для «внешней геометрии»: а) коэффициент жесткости составляет величину  $10^6-10^9$ ; б) мощность жестких компонент составляет 10-15% от общей мощности собственных колебаний; в) спектр собственных колебаний сосредоточен в правой комплексной полуплоскости.

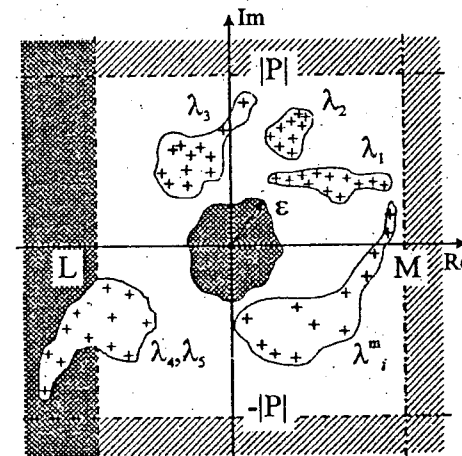


Рис. 2

Ко второму типу декомпозиции отнесем методы моделирования сложных (больших) систем по частям, с последующим исследованием самой сложной системы на основе свойств ее частей (структурная декомпозиция).

В нелинейной задаче  $y' = f(y, t)$  жесткость описывается в терминах собственных значений матрицы Якоби  $\{\lambda_i\}$   $f'(t, y) = \partial f(t, y) / \partial y$  вдоль траектории точного решения. Задачу можно назвать жесткой в некоторой точке  $t = \bar{t}$ , если выполняются условия: существуют  $\lambda_i$ , для которых  $\text{Re}(\lambda_i) < L$ ,  $L \ll 0$ ; существуют  $\lambda_i$ , для которых  $|\lambda_i|$  «мало» по сравнению с абсолютными величинами собственных значений, удовлетворяющих условию  $(|\lambda_i| < \epsilon$ ,

$|\varepsilon| \ll |L|$ ); не существует  $\lambda_i$  с «большой» положительной вещественной частью ( $\text{Re}(\lambda_i) > M, M \gg 0$ ); не существует  $\lambda_i$  с «большой» мнимой частью ( $\text{Im}(\lambda_i) > |P|, |P| \gg 0$ ), для которого не выполняется условие  $\text{Re}(\lambda_i) \ll 0$ .

Геометрическая трактовка этих условий и данные численного эксперимента с математической моделью однокаскадного СВЧ-усилителя, выполненного на субмикронном  $0,5 \times 300$  мкм GaAs ПТШ (HEMT) (рис. 1), приведена на рис. 2. ММ усилителя была сформирована в виде системы НАДУ размерности 16 ( $\text{rank} = 16$ ). Собственные частоты данной нелинейной схемы  $\lambda_1 \dots \lambda_{16}$  рассчитывались как собственные частоты матрицы Якоби правой части системы вне переходного участка интегрирования. На рис. 2 приведены области вариаций лишь наиболее критичных собственных значений:  $\lambda_1 \dots \lambda_3$  — соответствуют нелинейным емкостям  $C_{gs}, C_{gd}, C_{ds}$  при изменении в диапазоне  $\pm 10\%$ ;  $\lambda_4, \lambda_5$  — соответствуют индуктивностям  $L_1, L_2$  при их изменении  $\pm 35\%$ ;  $\lambda_i^m$  — поле наиболее вероятных собственных значений, соответствующих паразитным емкостным элементам Ср1–Ср6. Из распределения собственных частот по комплексной плоскости можно заключить, что использование для данной конкретной схемы (рис. 1) стандартных численных методов для жестких задач невозможно, так как область устойчивости этих методов ограничивается полями:  $\varepsilon, |\varepsilon| \ll |L|$  и левой полуплоскостью. Указанное соответствие определенных собственных значений реактивным элементам является формальным, так как спектр собственных частот радиоэлектронной схемы определяется не только численными значениями номиналов элементов схемы, но и выбором базиса переменных.

Выбор методов и алгоритмов формирования и решения уравнений ММ является одним из основных этапов программной реализации процедуры анализа рабочих режимов в нелинейных цепях, поскольку существуют ограничения на выбор координатного базиса, методов формирования и решения уравнений ММ [2].

Математические модели СВЧ-схем с сосредоточенными параметрами описываются вырожденными системами ОДУ неявного вида

$$F(y'_a, y_b, t) = 0_n, \quad (1)$$

где  $y_a$  и  $y_b$  — подмножества ненулевых компонент базисного вектора переменных  $y = (y_1, \dots, y_n)^T$  системы (входящие соответственно в дифференциальные и алгебраические уравнения), для которых  $y = y_a \cup y_b$  и  $y_a \cap y_b = \emptyset$ .

Уравнение (1) имеет дифференциальный индекс  $di = m$ , если  $m$  — малое число аналитических дифференцирований

$$F(y'_a, y_b, t) = 0, \frac{dF(y'_a, y_b, t)}{dt} = 0, \dots, \frac{d^m F(y'_a, y_b, t)}{dt^m} = 0, \quad (2)$$

таких, что система уравнений (2) может быть трансформирована при помощи алгебраических преобразований к системе ОДУ явного вида  $y'(t) = \varphi(y(t), t)$ .

Системы алгебро-дифференциальных уравнений, которые могут быть представлены в форме  $y'_a(t) = f(y_a, y_b, t), 0 = g(y_a, y_b, t)$ , принадлежат к классу систем индекса 1. Для упрощения последующих записей сделаем замену обозначений  $y_a = y, y_b = z$ :

$$y'(t) = f(y, z, t), \quad (3a)$$

$$0 = g(y, z, t). \quad (3b)$$

Продифференцировав (3b), получим  $0 = g_y \cdot y' + g_z \cdot z'$ ; сделав подстановку для  $y'$  из уравнения (3a) и решив относительно  $z'$ , в случае если  $g_z$  обратимо в окрестности решения, получим представление  $z' = -g_z^{-1}(y, z) g_y(y, z) f(y, z)$ , которое совместно с (3a) образует явную систему ОДУ.

Системы алгебро-дифференциальных уравнений, которые могут быть представлены в форме

$$y'(t) = f(y, z, t), \quad (4a)$$

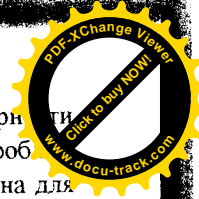
$$0 = g(y, t), \quad (4b)$$

где вектор переменных  $y$  отсутствует в алгебраической части (4b), принадлежит к классу систем индекса 2. Дифференцируя (4b) и производя подстановку для  $y'(t)$  из (4a) получим

$$0 = g_z(z) f(y, z). \quad (5)$$

Система, составленная из уравнений (4a) и (5), имеет неявную форму и принадлежит к классу систем индекса 1, если  $g_z(z) f(y, z)$  обратимо в





окрестности решения и удовлетворяет условию  $0 = g_z(z_0) \cdot f(y_0, z_0)$ . Таким образом, одновременно выполняются условия (4а) и (5) при  $t = t_0$ . Интегрируя (5), можно показать, что  $g(y_0) = 0$  предполагает  $g(y(t)) = 0$  для всех  $t$ . Следовательно, необходимо выполнить еще одно дифференцирование и после алгебраических преобразований получим явную систему ОДУ равносильную системе (4а,б), что автоматически дает нам индекс 2.

Системы (4) представляют большой класс проблем типа (3) с сингулярной матрицей  $g_z$ . Если допустить, что  $g_z$  имеет постоянный ранг в окрестности решения, можно исключить алгебраические переменные из  $0 = g(y, z)$  так, что система преобразуется к виду (4). Это может быть получено в следующем порядке. Из допущения  $\text{rank}(g_z) = \text{const}$  следует два взаимно не исключающих факта: существуют компоненты  $g$  такие, что в локальном приближении выполняется условие  $\partial g_i / \partial z_1 \neq 0$ ; замена, производимая после вычисления  $\partial g_i / \partial z_1$ , приводит к тому, что  $g$  уже не является функцией от  $z_1$ . В первом случае можно выразить  $z_1$  как функцию от  $y$  и остальных компонент  $z$ , затем можно исключить  $z$  из системы. Повторяя эту процедуру с переменными  $z_1, z_2, \dots, z_n$ , приводим к системе вида (4). Это преобразование не меняет индекс. Предложенный и используемый численный метод инвариантен по этому преобразованию.

Рассмотрим систему алгебро-дифференциальных уравнений

$$M(y, t) \cdot y'(t) = \varphi(y, t), \quad (6)$$

имеющей отдельное практическое значение в задачах анализа микроэлектронных устройств СВЧ на сосредоточенных элементах.

Если  $M(y, t)$  является обратимой, тогда (6) преобразуется к системе ОДУ (дифференциальный индекс  $m = 0$ ). Оно может быть решено для любого многообразия (6) с  $M^{-1}(u)$ , путем введения новой переменной по  $u'$ , так что (6) становится системой индекса 1

$$u' = z, \quad (7a)$$

$$0 = M(u)z - \varphi(u). \quad (7b)$$

Вычислительные схемы, описанные в [3], могут быть использованы только к системам вида (7), но не к (6). Однако оба подхода являются эквивалентными для неявных методов, как многошаговые и Рунге-Кутты. Они отличаются только способом дискретизации нелинейных систем. Большим преимуществом представления (7) является то, что численные методы могут

применяться (как минимум формально) также при условии сингулярности матрицы  $M(u)$ . Кроме того, сходимость результатов для неявных проблем индекса 1 (или индекса 2 и выше) может быть практически получена для численного решения (6).

Специальный случай для систем НАДУ вида (6) представляют системы, в которых не обращающиеся в нуль строки матрицы  $M(u)$  являются Якобианом нескольких векторных функций, т. е.

$$b_u(u)u' = \varphi_1(u), \quad (8a)$$

$$0 = \varphi_2(u), \quad (8b)$$

где  $b'(u) = (\partial b / \partial u)u' = d'$ . Такие системы наиболее часто встречаются в нелинейных электронных цепях. Левая часть (8а) является производной от функции  $b(u(t))$  и, следовательно, можно ввести новую переменную. Таким образом, получим эквивалентную систему индекса 1:  $d' = \varphi_1(u)$ ,  $0 = d - b(u)$ ,  $0 = \varphi_2(u)$ .

Для систем уравнений радиоэлектронных цепей с помощью некоторых приемов всегда можно получить индекс систем  $m = 1$ , конструируя специальным образом базис переменных и матрицы элементов. Поэтому на практике наибольший интерес представляют численные методы инвариантные относительно систем индекса  $m = 1$ . Полученные результаты являются необходимыми при формировании ММ в выбранном базисе и позволяют: во-первых, алгоритмизировать процесс составления уравнений модели для исследуемого класса радиоэлектронных цепей; во-вторых, используя декомпозицию систем по свойствам спектра собственных колебаний (матрицы Якоби), повысить вычислительную эффективность этапа схемотехнического моделирования.

*Утверждение 1.* Математическая модель радиоэлектронной цепи, сформированная в расширенном однородном координатном базисе (на элементах R, L, C, ИТУН, ИНУН) может быть приведена к системе 1-го порядка вида (3) и, таким образом, является системой индекса 1.

*Доказательство.* Пусть существует  $k$  узлов, к которым не подсоединены реактивности (L, C). Тогда можно выделить алгебраическую систему ранга  $k$  (rank = k) с расширенным базисом переменных, который состоит из узловых потенциалов этих  $k$  узлов  $z_k$  и узловых потенциалов смежных узлов. При этом, если  $m$  смежным узлам инцидентны реактивности, тогда базис алгебраической системы будет дополнен  $m$  переменными, суть узловыми потен-

циалами на реактивностях  $y_m$ . При этом  $y_m \in R^m$ , а базовый вектор переменных, определяющих дифференциальную часть  $y_n \in R^n$ , тогда выполняется  $R^m \cap R^k \neq \emptyset$ ;  $R^m \cup R^k = R^n$ . Таким образом, система алгебраических уравнений в расширенном базисе может быть представлена в виде  $0 = g(y_n, z_k)$ .

Пусть схема содержит  $h$  линейных емкостей. Тогда дифференциальная часть системы будет дополнена составляющими  $M_h \cdot y'_h$ , где  $M_h$  – матрица инцидентий линейных емкостей, имеющая размерность  $n \times h$ ,  $M_h = \text{const}$ ,  $y_h \in R^h$ .

Пусть схема содержит  $l$  индуктивностей. Тогда дифференциальная часть системы будет дополнена составляющими  $M_l \cdot y'_l$ , где  $M_l$  – матрица инцидентий индуктивностей, имеющая размерность  $n \times l$ ,  $M_l = \text{const}$ ,  $y_l \in R^l$  – вектор токов через индуктивности ( $L i'_L = V_b - V_a$ ).

Пусть схема содержит  $p$  нелинейных емкостей. Тогда дифференциальная часть системы будет дополнена составляющими  $(M(y_p)y_p)'$ , где  $M(y_p)_{n \times p}$  – матрица инцидентий нелинейных емкостей,  $y_p \in R^p$ .

Таким образом, математическая модель нелинейной электронной схемы в расширенном координатном базисе может быть представлена в виде

$$M_h y'_h + M_l y'_l + (M(y_p)y_p)' = f(y_n, z_k), \quad (9a)$$

$$0 = g(y_n, z_k). \quad (9b)$$

Введем обозначение  $M(y_p)y_p = M_u y_u$ ,  $y_p \in y_u$ ,  $M_u = \text{const}$ , как дополнительное алгебраическое уравнение в систему  $0 = g(y_n, z_k)$ . После преобразований из представления (9) получим систему вида

$$M_h y'_h + M_l y'_l + M_u y'_u = f(y_n, z_k), \quad (10a)$$

$$0 = g(y_n, z_k), \quad (10b)$$

$$0 = M_u y_u - M(y_p)y_p, \quad (10b)$$

что автоматически дает нам возможность записать (10) в полужавном виде (3), где  $y = y_n \cup y_u$ ,  $z = z_k \cup y_u$ .

Если не существует узлов таких, что соответствующие узловые напряжения не входят в вектор переменных на реактивных элементах, тогда при формировании система (10) не будет дополнена алгебраической системой (10б). Однако, выполняя преобразования, при включении нелинейных реактивностей, мы искусственно расширяем базис системы за счет введения алгебраических уравнений (10в). В этом случае также будет сформирована система НАДУ в полужавном виде индекса  $l$ .

Таким образом, получен алгоритм формирования ММ радиоэлектронных схем в расширенном базисе переменных в виде систем НАДУ индекса  $l$  (10).

Рассмотрим случай, когда при формировании системы НАДУ в виде

$$M u' = \varphi(u, t), M = \text{const} \quad (11)$$

матрица  $M$  будет сингулярна. Это возможно, когда к узлу подсоединена только одна емкость. Так, для схемы однокаскадного усилителя на GaAs ГТШ (НЕМТ), показанной на рис. 1, при формировании системы в расширенном координатном базисе, матрица  $M$  будет иметь блочный вид и, таким образом, является сингулярной с  $\text{rank} = 13$ .

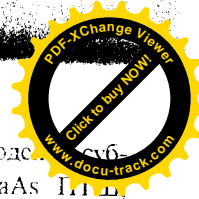
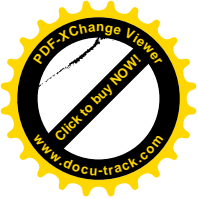
*Утверждение 2.* Системы НАДУ представленные в явной форме (11) с сингулярной матрицей  $M$  и системы в полужавной форме (3) являются коммутируемыми для схем Рунге–Кутта (РК-схем).

*Доказательство.* РК-схема для системы (11) может быть записана в виде:

$$M(U_{ni} - u_n) = h \sum_{j=1}^s a_{ij} \varphi(U_{nj}), \quad (12a)$$

$$u_{n+1} = \left( 1 - \sum_{i,j=1}^s b_i w_{ij} \right) u_n + \sum_{i,j=1}^s b_i w_{ij} U_{nj}, \quad (12b)$$

$$M(u_{n+1} - u_n) = h \sum_{i=1}^s b_i \varphi(U_{ni}), \quad (12b)$$



где  $a_{ij}, b_j$  – постоянные параметры РК-схемы;  $s$  – размерность квадратурной формулы (порядок метода  $p = 2s - 1$ ) [3];  $w_i$  – обратные  $a_{ij}$ . Замкнутую РК-схему составляют уравнения (12а,б). Уравнение (12б) получено из (12в). РК-схема для системы (3) может быть записана в виде [3]:

$$\begin{aligned} Y_{n+1} &= Y_n + h \sum_{j=1}^s a_{ij} f(Y_n, Z_n), \\ \theta &= g(Y_n, Z_n), \\ Y_{n+1} &= Y_n + h \sum_{i=1}^s b_i f(Y_n, Z_n), \\ z_{n+1} &= \left( 1 - \sum_{i,j=1}^s b_i w_j \right) z_n + \sum_{i,j=1}^s b_i w_j Z_{nj}. \end{aligned} \quad (13)$$

Разложим сингулярную матрицу  $M$  в виде

$$M = R \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} S, \quad (14)$$

где матрицы  $R$  и  $S$  обратимы, и размерность матрицы  $I$  определяет ранг матрицы  $M$ . Производя подстановку разложения (14) в систему (11) и делая замену  $R \bar{y} = (\bar{y} \ \bar{z})^T$ , получаем

$$\begin{pmatrix} y' \\ 0 \end{pmatrix} = S^{-1} \Phi \left( R \begin{pmatrix} y \\ z \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} f(y, z) \\ g(y, z) \end{pmatrix},$$

т.е. систему (3). Аналогично, если сделать подстановку (14) в (12) и ввести замену

$$R U_{nj} = \begin{pmatrix} Y_{nj} \\ Z_{nj} \end{pmatrix}, \quad R u_n = \begin{pmatrix} Y_n \\ z_n \end{pmatrix}, \quad (15)$$

тогда (12б) для  $(Z_{nj})$  и (12в) для  $(Y_{nj})$  эквивалентно соответствующим выражениям (13).

Таким образом, для неявного численного метода Рунге-Кутты (12) получена группа линейных преобразований (15), позволяющая алгоритмизировать процесс дискретизации систем НАДУ вида (10).

Выводы. 1. В работе проведено численное исследование модели одномерных полупроводниковых элементов СВЧ-диапазона (GaAs ПИД, ПАМТ) на классе жестко-устойчивых численных методов. Показано, что определяющими для этих систем являются свойства: коэффициент жесткости данного класса систем находится в пределах  $10^6 - 10^{10}$ ; спектр собственных колебаний системы распределен по всей комплексной плоскости; в спектре собственных колебаний невозможно выделить «мягкие» и «жесткие» компоненты; в решении сверхжестких систем отсутствует «пограничный слой», характерный для жестких систем; мощность жесткой компоненты спектра составляет 80–90% от общей мощности собственных колебаний.

2. Исследованы вопросы формирования нелинейных ММ в расширенном координатном базисе, когда наряду с узловыми потенциалами вводятся дополнительные уравнения для токов некоторых элементов. Алгоритмизация данного этапа с использованием декомпозиции сложных систем по их спектральным свойствам позволяет значительно повысить эффективность схемотехнического моделирования радиоэлектронных цепей СВЧ-диапазона.

3. Доказана инвариантность ММ в виде систем НАДУ, сформированных в расширенном однородном координатном базисе, на полученной группе линейных преобразований для жестко-устойчивых РК-схем.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Тимофеев В. И., Фан Хонг Фыонг. Методика моделирования нелинейных режимов работы усилителей на субмикронных ПТШ // Радиоэлектроника. – 1995. – № 11 – С. 26–31. (Изв. высш. школы. Технические науки).
2. Герасимие И. И., Мандзий Б. А., Фельштин О. И. Машинное моделирование радиоэлектронных и электротехнических устройств. – Львов, 1991. – 134с.
3. Hairer E., Wanner G. Solving ordinary differential equations. Stiff and Differential-Algebraic Equations. Springer-Verlag, Berlin. – Vol. 2. – 1994. – P. 601.

Удмуртский политехнический ин-т.

Поступила в редакцию 24.11.97.