

Методы численного моделирования субмикронных устройств во временной области

Проведен анализ методов математического моделирования и схемотехнических моделей СВЧ устройств на гетеробиполярных субмикронных транзисторах (ГБСТ) с точки зрения адаптации вычислительных процедур и моделей к задаче расчета временных характеристик в нано- и пикосекундном диапазоне. Рассмотрены особенности дифференциальных уравнений, описывающие такие устройства, включая вычислительные аспекты (жесткость, размерность, плохую обусловленность и др.), а также влияние нелинейных и паразитных компонентов схемных моделей ГБСТ.

The analysis of methods of mathematical modelling and circuits models of the microwave devices on the submicron heterobipolar transistors (SHBT) is carried out from the point of view of adaptation of computing procedures and models to the problem of calculation of time characteristics in ns- and ps range. The features of the differential equations describing such devices, including computing aspects (rigidity, dimension, bad conditionality etc.), and also influence of nonlinear and parasitic components of circuit models SHBT are considered.

Введение

ГБСТ получившие, вследствие новых возможностей технологии и оптимизации топологии, широкое применение, достигают предельных частот усиления более 200 ГГц [1,2] и используются в аналоговых и цифровых устройствах крайне высоких частот (КВЧ). Размеры активной области и гетеропереходов у таких транзисторов существенно менее 1 мкм. Одной из существенных особенностей таких структур является соизмеримость параметров “активной”, где происходит взаимодействие электромагнитных волн и потоков носителей заряда, и “пассивной” областей, которые могут быть представлены как R-L-C цепи со значениями емкостей и индуктивностей, лежащих в области фемтофарад и наногенри, соответственно.

В общем случае, уравнения субмикронного устройства в базисе переменных состояния представляют собой уравнения вида: $y' = f(y, t)$, где y, t - векторы. Собственные значения (частоты) $\{\lambda_i\}$ и жесткость системы связаны со значениями матрицы Якоби $f'(t, y) = \partial f(t, y) / \partial y$, при этом собственные частоты системы, например, субмикронного нелинейного усилителя, как показано в работе [3], могут быть распределены по всей комплексной плоскости. При этом собственные значения могут принимать значения $\text{Re}(\lambda_i) \leq \lambda_0 < 0; 1 \leq i \leq n$, и $\min |\text{Re} \lambda_i| \geq 1; \max |\text{Re} \lambda_i| \gg 1; \max |\text{Im} \lambda_i| \geq 1$. Поскольку матрица Якоби для субмикронной системы обладает именно такими свойствами, то система уравнений является жесткой [4]. Кроме того, матрицы системы являются плохо обусловленными, а активные компоненты описываются нелинейными уравнениями, как правило, содержащими экспоненциальные функции. Таким образом, задача анализа временных характеристик субмикронных устройств связана как с адаптацией вычислительных методов, так и с адекватным описанием нелинейных свойств субмикронных активных компонентов и алгоритмов структурной декомпозиции, поскольку при больших размерностях системы задача представляется мало разрешимой.

Модели ГБСТ для схемотехнического моделирования

Как отмечалось, необходимым этапом является предварительная процедура оценки спектра собственных частот “активной” части транзистора, которая, как правило, содержит основные нелинейности, и паразитных параметров кристалла транзистора. Как показывает анализ уравнений схемотехнической модели однокаскадного усилителя на ГБСТ коэффициент жесткости “активной” части транзистора составляет величину 10^6-10^7 , причем мощность жестких компонент составляет до 80% от общей мощности собственных колебаний. Для “пассивной” (“внешней”) части ГБСТ коэффициент жесткости составляет величину 10^6-10^9 и хотя общая мощность собственных колебаний достигает только 20%, собственные частоты этой части схемной модели разбросаны по всей комплексной плоскости во многом подобно СВЧ усилителю на гетероструктурных транзисторах [3].

В отличие от широко используемых субмикронных транзисторов с барьером Шотки и гетероструктурных транзисторов у ГБСТ имеется существенная особенность: в активной (для усиления) области вольт-амперные характеристики имеют отрицательный наклон (отрицательную дифференциальную проводимость), что связано с физическими процессами разогрева носителей в базе ГБСТ. Из всего множества моделей ГБСТ для схемотехнического моделирования [5] выбрана

сравнительно простая аппроксимационная модель, которая, однако, хорошо описывает статические характеристики ГБСТ именно на упомянутом участке.

Ток коллектора, как функция тока базы и напряжения коллектор-эмиттер, описывается соотношением:

$$I_c(I_b, V_{ce}) = \frac{X_1 \frac{\sinh(F_1 + F_2 \cdot V_{ce})}{\cosh(F_3 + F_2 \cdot V_{ce})}}{\sinh\left(\frac{X_2}{I_b^{X_3}} + X_4 \cdot \tanh(X_5 I_b^2) V_{ce}\right)} \quad (1),$$

при этом параметры F_1, F_2, F_3 определяются для каждого значения тока базы I_b и имеют вид:

$$F_1 = X_6 + \frac{X_7}{I_b}, \quad F_2 = X_2 + \frac{X_8}{\sqrt{I_b}}, \quad F_3 = X_9 + \frac{X_7}{I_b}, \quad \text{где } X_1 - X_9 \text{ - аппроксимационные параметры модели,}$$

идентификация которых осуществляется по результатам многопараметрической оптимизации при известных экспериментальных характеристиках транзистора. Типичное семейство вольт-амперных характеристик ГБСТ приведено на рис. 1. Основные параметры топологической структуры AlGaAs/GaAs ГБСТ имеют следующие значения: толщина эмиттера составляет 1000 \AA при уровне легирования $5 \times 10^{17} \text{ см}^{-3}$, соответствующие параметры базы - 10^{19} см^{-3} и 1000 \AA , а коллектора - $5 \times 10^{16} \text{ см}^{-3}$ и 7000 \AA , при толщине спейсера на границе гетероперехода 300 \AA .

Схемная модель ГБСТ показана на рис. 2. Здесь пунктиром показаны параметры "активной" области транзистора. Следует отметить, что в общем случае, входная и проходная емкости транзистора

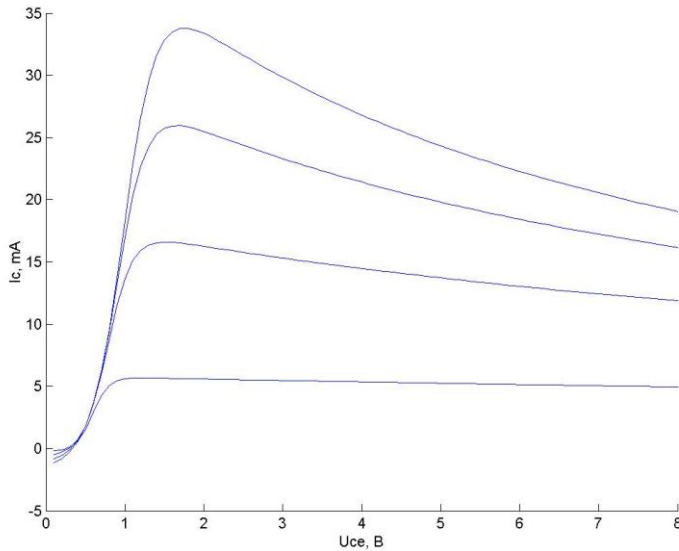


Рис. 1

C_{BE} и C_{BC} являются нелинейными и зависят соответственно от тока базы и напряжения коллектор-эмиттер.

Нелинейный диод база-эмиттер моделирует физические процессы в базе транзистора и задается уравнением в виде:

$$I_{be} = I_s(e^{aV_{be}} - I), \quad (2),$$

где V_{BE} - напряжение на переходе база-эмиттер.

Контактные сопротивления n -, p -областей коллектора и эмиттера соответственно описывается сопротивлениями R_E и R_C . К паразитным параметрам относятся межэлектродные емкости C_B, C_{PBC}, C_C и индуктивности L_E, L_B, L_C выводов эмиттера, базы и коллектора, соответственно.

Данная схемная модель не учитывает ряд нелинейных эффектов транзистора, такие как инверсные режимы работы ГБСТ и лавинные процессы в базе, а также эффекты саморазогрева [6], рассмотрение которых, выходят за рамки данного анализа.

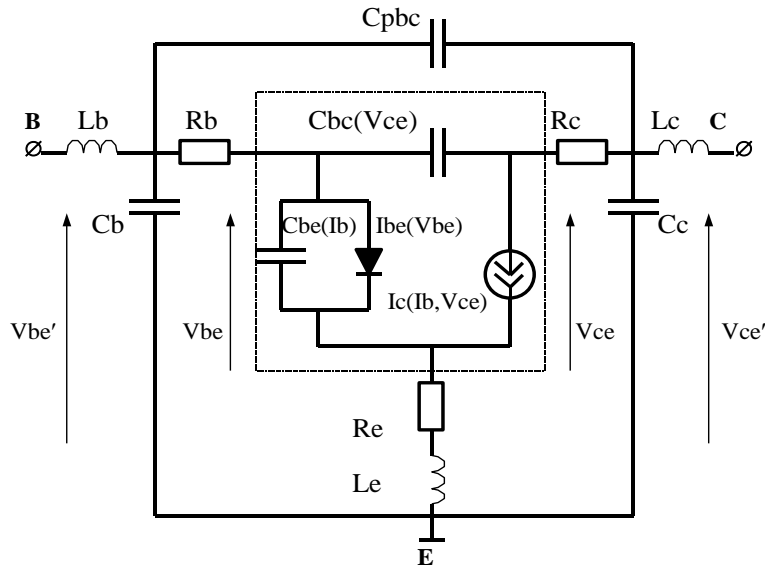


Рис. 2

Уравнения субмикронного устройства во временной области

Предварительно проведенный анализ методов [7] (Розенброка 4-го порядка, неявный метод Рунге-Кутты 3-го и 4-го порядков, неявный метод Рунге-Кутта-Бутчера, многошаговый метод Хиндмарта и др.) показывает, что наиболее перспективным для решения сформулированной задачи является приведенный ниже метод.

В работах [3,7] для численного интегрирования жесткой системы уравнений для нелинейного усилителя с субмикронным полевым транзистором использовались модификации метода Рунге-Кутты, включая метод 5-го порядка, сформированный в соответствии с квадратурами Радо [8]. Алгоритм адаптирован к степени жесткости исходной системы уравнений за счет высокой численной устойчивости метода и использовании механизма автоматического выбора шага по критерию Дормана-Принса [9]. Изменение параметров интегрирования осуществляется в зависимости от меры жесткости системы, определяемой по радиусу матрицы Якоби $\rho = \max\{|\lambda_i|\}$. Погрешность решения данного алгоритма находится в пределах от 10^{-6} до 10^{-9} . Алгоритм может быть адаптирован к нелинейному анализу устройства, содержащего в своем составе ГБСТ, поскольку, как показывает анализ, названные системы имеют подобные спектры собственных колебаний.

Алгоритмы формирования уравнений переменных состояния позволяют свести систему уравнений для однокаскадного КВЧ усилителя к системе алгебро-дифференциальных уравнений вида:

$$M(y, t) \cdot y'(t) = \varphi(y, t)$$

Если матрица $M(y, t)$ является обратимой, то система преобразуется к системе обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ). Она может быть решена после введения новой переменной по u' и если существует обратная матрица $M^{-1}(u)$, то систему можно свести к виду [8]:

$$u' = z$$

$$0 = M(u)z - \varphi(u)$$

В качестве тестового примера, иллюстрирующего применение описанного выше метода, рассчитан однокаскадный КВЧ усилитель на ГБСТ, приведенный на рис.3.

Исходная система уравнений переменных состояния формировалась в соответствии с узловым методом и нумерацией узлов в соответствии с рис. 3. Схемная модель ГБСТ для расчета ограничена активной областью транзистора, показанной пунктиром на рис.2. Нелинейными элементами в расчете являются ток выходного источника $I_c(I_b, V_{ce})$ и диода $I_{be}(V_{be})$, которые рассчитываются в соответствии с приведенными выше соотношениями (1) и (2). Емкости переходов C_{bc} и C_{be} не превышают десятых долей пикофарад и отличаются от значений разделительных емкостей C_1 и C_2 на несколько порядков, что приводит к увеличению жесткости системы.

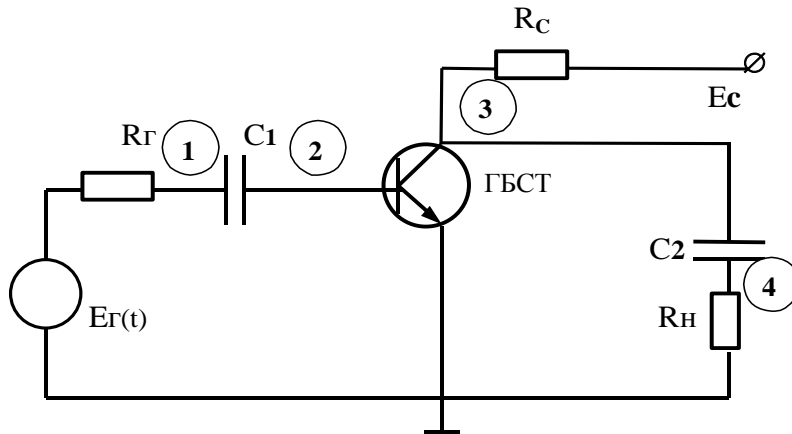


Рис. 3

Для данного примера, с учетом принятых допущений, система уравнений может быть сведена к виду $M \cdot dV/dt = B$, где

$$M = \begin{bmatrix} C_1 & -C_1 & & \\ -C_1 & C_1 + C_{bc} + C_{be} & -C_{bc} & \\ & -C_{bc} & C_{bc} + C_2 & -C_2 \\ & & -C_2 & C_2 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} V_{in}(t) / R_{\Gamma} \\ I_{be}(V_{be}) \\ (V_3 - E_c) / R_c - I_c(I_b, V_{ce}) \\ -V_4 / R_H \end{bmatrix}$$

При принятых допущениях все нелинейные функции связаны с правой частью системы, а матрица M не является сингулярной. Однако, при больших уровнях сигнала необходимо учитывать нелинейный характер входной и проходной емкостей ГBJT.

Вычислительная процедура, адаптированная к рассматриваемой задаче содержит основные, описанные в работе [9] алгоритмы, и включает формирование итерационной функции по методу Рунге-Кутты 5-го порядка с учетом преобразования к линейной системе уравнений и ее решение по методу LU-преобразования, определение коэффициентов для выбранного шага интегрирования, процедуру численного расчета матрицы Якоби. Поскольку размерность системы уравнений не велика, то вычислительная процедура является достаточно устойчивой. Следует отметить, что учет при расчете каскада “полной” схемой модели ГBJT (рис.2), приводит к численным неустойчивостям, кроме того, возникает необходимость увеличения точности решения.

Недостатком рассматриваемого метода является медленная сходимость при различных значениях заданной относительной погрешности вычислений (например, при варьировании погрешности в пределах значений от 10^{-5} до 10^{-9}). Поскольку рассматриваемый метод относится к методам высокого порядка, то его предпочтительнее использовать при средних значениях относительных погрешностей. При увеличении размерности системы для рассматриваемого класса задач при наличии одновременно нелинейных активных,

емкостных и индуктивных компонентов с большим разбросом собственных частот наблюдается сильная зависимость результатов вычислительной процедуры от заданных начальных условий переменных системы.

Выводы

Предложены адаптивные процедуры численного анализа моделей субмикронных устройств на основе ГБСТ, которые позволяют моделировать выходные характеристики во временной области. Проведен анализ методов интегрирования системы жестких дифференциальных уравнений первого порядка и вычислительных особенностей, связанных с собственными частотами системы. Выбор модели транзистора может быть связан не только с минимизацией вычислительных затрат, но и с режимами работы транзистора и степенью нелинейности устройства, в котором используется транзистор.

Эффективность вычислительной процедуры может быть повышена при использовании «конкурирующих» алгоритмов и методов на различных этапах интегрирования. Так, при низких значениях относительной погрешности в дополнение к методу Рунге-Кутты 5-го порядка могут использоваться явные методы более низкого порядка.

Литература

1. Bester Y., Scott D., Mensa D., Jaganathan S., Mathew T., Rodwell M. InAlAs/InGaAs HBTs with Simultaneously High Values of F_i and F_{max} for Mixed Analog/Digital Applications // IEEE Electron Device Letters. – 2001. – Vol.22, №2. – P.56–58.
2. Submicron AlInAs/InGaAs HBT with 160 GHz f_i at 1 mA Collector Current. Sokolich M., Fields C., Madhav M. // IEEE Electron Device Letters. – 2001. – Vol.22, №1. – P.8–10.
3. Григорук А.А., Тимофеев В.И. Верификация нелинейных моделей электронных цепей СВЧ на классе жестко-устойчивых численных методов // Радиоэлектроника. -1998. № 1. - с.41-51.(Изв. высш.учеб. заведений).
3. Тимофеев В.И., Фан Хонг Фыонг Методика моделирования нелинейных режимов работы усилителей на субмикронных ПТШ// Радиоэлектроника. - 1995. - № 11. - с. 26-31. (Изв. высш. учеб. заведений).
4. Dupuis J., Hajji R., Ghannouchi F.M., Saab K., Lavallee S., A new DC model of HBT's including self-heating effect suitable for circuit simulators // IEEE Trans. Electron Dev. – 1995. – Vol. 42, №12. – P. 2036–2042.
6. Zhu Y., Twynam J.K., Yagura M., Hasegawa M., Hasegawa T., Eguchi Y., Yamada A., Suematsu E., Sakuno K., Sato H., Hashizume N. Self-heating effect compensation in HBTs and its analysis and simulation // IEEE Trans. Electron Dev. – 2001. – Vol.48, №11. – P. 2640–2645.
7. Григорук А.А., Тимофеев В.И. Жестко-устойчивые методы для САПР микроэлектронных устройств СВЧ // Научно-технический сб. "Электроника и связь".-1997. № 2.- с.168-173.
8. E. Hairer, G. Wanner Solving Ordinary Differential Equations. Stiff and Differential-Algebraic Problems. Springer-Verlag, Berlin. - vol.2 -1994. - pp.601.
9. Хайрер Э., Нерсетт С., Ваннер Г. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. – М.: "Мир", 1990.-512с.